

IDENTIFICAR LOS MÚLTIPLOS Y LOS DIVISORES DE UN NÚMERO

Los múltiplos de un número son aquellos números que se obtienen multiplicando dicho número por 1, 2, 3, 4, 5, ..., es decir, por los números naturales.

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45

Múltiplos de 5 → 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, ...

EJEMPLO



En las panaderías de tu barrio las rosquillas se venden en paquetes de 3 unidades. ¿Cuántas puedo comprar si me llevo varios paquetes?

$$\begin{array}{lll}
 3 \cdot 1 = 3 \text{ rosquillas} & 3 \cdot 2 = 6 \text{ rosquillas} & 3 \cdot 3 = 9 \text{ rosquillas} \\
 3 \cdot 4 = 12 \text{ rosquillas} & 3 \cdot 5 = 15 \text{ rosquillas} & 3 \cdot 6 = 18 \text{ rosquillas}
 \end{array}$$

- Podemos comprar 3, 6, 9, 12, 15, 18... rosquillas.
- 3, 6, 9, 12, 15, 18... son múltiplos de 3.
- Los múltiplos de un número contienen a este una cantidad exacta de veces: 1, 2, 3, 4, 5, 6... paquetes de 3 unidades.

1. Lucas va a la cacharrería de su barrio y observa que los pañuelos se venden en paquetes de 3 unidades, los yogures en grupos de 4 unidades y las pelotas de tenis en cajas de 5 unidades. ¿Cuántas unidades de cada artículo podríamos comprar?

2. Escribe los números que sean:

- Múltiplos de 5 y menores que 51.
- Múltiplos de 25 y menores que 105.
- Múltiplos de 30 y que estén comprendidos entre 50 y 280.
- Múltiplos de 1.000 y que estén comprendidos entre 990 y 10.100.

Los **divisores** de un número son aquellos números enteros que caben en él una cantidad exacta de veces.

Para hallarlos: 1.º Realizamos todas las divisiones posibles (entre números menores e igual que él) tomando el número como dividendo.

2.º Buscamos las divisiones que sean exactas (resto = 0). Calculamos los divisores de 8.

$$\begin{array}{r} 8 \overline{)1} \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 8 \overline{)2} \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 8 \overline{)3} \\ 2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 8 \overline{)4} \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 8 \overline{)5} \\ 3 \end{array} \quad \begin{array}{r} 8 \overline{)6} \\ 2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 8 \overline{)7} \\ 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 8 \overline{)8} \\ 0 \end{array}$$

- 1, 2, 4 y 8 ... son divisores de 8. Dividen exactamente a 8.
- 3, 5, 6 y 7 no son divisores de 8. No lo dividen exactamente (resto $\neq 0$).

3. Realiza todas las divisiones posibles del número 12 entre números menores e igual que él

4. Completa la tabla con los datos del ejercicio anterior

DIVISORES DE 12	
NO DIVISORES DE 12	

Cualquier número tiene al menos dos divisores: él mismo y la unidad.

5. Tacha aquellos números que no sean:

- Divisores de 2 = {1, 2, 3}
- Divisores de 9 = {1, 2, 3, 4, 6, 9}
- Divisores de 11 = {1, 3, 7, 9, 11}
- Divisores de 25 = {1, 3, 5, 10, 15, 20, 25, 30}
- Divisores de 48 = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 12, 16, 20, 24, 30, 45, 48}
- Divisores de 100 = {1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 40, 50, 60, 75, 90, 100}

10. En la siguiente serie de números, tacha los que son compuestos (los que tienen más de dos divisores).

31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45
46 47 48 49 50 51 52 53 54 55 56 57 58 59 60

- Los que quedan tachados son números
- Tienen más de divisores.

DESCOMPONER UN NÚMERO EN FACTORES PRIMOS

- Ya sabemos que los primeros números primos son: 2, 3, 5, 7, 11, 13, ...
- Todo número compuesto se puede expresar como producto de otros que sean primos, y expresar sus divisores mediante la combinación de esos números, que llamamos factores primos.
- Para realizar la descomposición seguimos estos pasos.

- 1.º Intentar dividir el número entre 2, tantas veces como se pueda.
- 2.º Luego intentar también dividir el número restante entre 3, tantas veces como se pueda.
- 3.º Seguir probando a dividir el número restante entre 5, 7, 11... tantas veces como se pueda, hasta obtener como cociente 1.
- 4.º Expresar el número como producto de potencias de factores primos.

EJEMPLO

Realiza la descomposición en producto de factores primos del número 60.

En la práctica se hace así:

Línea que actúa como «ventana» de división

60	2
30	2
15	3
5	5
1	

y se expresa: $60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$

Recordando las potencias quedaría:

$$60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$$

60 queda así expresado como producto de factores primos.

11. Descompón los siguientes números en factores primos y exprésalos como producto de ellos: 24, 30, 45 y 60.

24	2
12	2
6	2
3	3
1	

30	2
----	---

45	3
----	---

60	2
----	---

$$24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$$

$$24 = 2^3 \cdot 3$$

12. Descompón los siguientes números en factores primos y exprésalos como producto de ellos: 25, 33, 75 y 100.

25 |

33 |

75 |

100 |

DIVISORES COMUNES A VARIOS NÚMEROS. MÁXIMO COMÚN DIVISOR (m.c.d.)

Luis tiene 12 trenes de plástico y Pedro 18 aviones. Quieren hacer grupos con el mismo número de vehículos en cada uno de ellos. ¿Cuál será el grupo más grande y que tenga igual número de ambos juguetes?

- Calculamos los divisores de ambos números:
 - Divisores de 12 = {1, 2, 3, 4, 6, 12} Juan puede hacer grupos iguales de 1, 2, 3, 4, 6 y 12 trenes.
 - Divisores de 18 = {1, 2, 3, 6, 9, 18} Pedro puede hacer grupos iguales de 1, 2, 3, 6, 9 y 18 aviones.
- 1, 2, 3 y 6 son divisores comunes de 12 y 18.
- 6 es el divisor mayor (máximo) de 12 y 18 y es común a ambos números.
- 6 es el máximo común divisor de 12 y 18 y se expresa así: $m.c.d. (12 \text{ y } 18) = 6$. El grupo más grande y con el mismo número de juguetes de los dos tipos estará formado por 6 trenes y 6 aviones.

13. Halla los divisores comunes de:

a) 20 y 25

b) 16 y 24

c) 8 y 12

d) 8, 10 y 12

14. Calcula el m.c.d. de los números de cada apartado del ejercicio anterior

MÉTODO PARA EL CÁLCULO DEL MÁXIMO COMÚN DIVISOR

Hasta ahora el proceso empleado para calcular el m.c.d. es adecuado para números sencillos. Vamos a estudiar un método más directo y para números de cualquier tamaño. Seguiremos estos pasos.

- 1.º Descomponer los números en factores primos.
- 2.º Expresar los números como producto de factores primos.
- 3.º Escoger en ambos números los factores que sean comunes y que tengan el menor exponente.
- 4.º El producto de esos factores es el m.c.d.

EJEMPLO

Calcula el m.c.d. de 24 y 36.

1.º	24	2	36	2	2.º	$24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^3 \cdot 3$	3.º	Factores comunes: 2 y 3
	12	2	18	2		$36 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2^2 \cdot 3^2$		Con menor exponente: 2^2 y 3^1
	6	2	9	3				
	3	3	3	3				
	1		1					

4.º m.c.d. (24 y 36) = $2^2 \cdot 3 = 4 \cdot 3 = 12$

15. Calcula el m.c.d. de los números.

- a) 6 y 15 b) 15 y 20 c) 10 y 35 d) 25 y 50

16. Completa la siguiente tabla.

NÚMEROS	DESCOMPOSICIÓN EN FACTORES PRIMOS	PRODUCTO DE FACTORES COMUNES CON MENOR EXPONENTE	m.c.d.
60 y 40	$2^2 \cdot 3 \cdot 5$ $2^3 \cdot 5$	$2^2 \cdot 5$	20
18 y 30			
	5^2 $2^2 \cdot 5^2$		

17. Queremos empaquetar 40 latas de refresco de gaseosa y 100 latas de refresco de limón en cajas de igual tamaño, lo más grandes posible y sin mezclarlas. ¿Cuántas latas pondremos en cada caja?

MÚLTIPLOS COMUNES A VARIOS NÚMEROS. MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO (m.c.m.)

Ana va a nadar al polideportivo cada 3 días y Eva cada 4. ¿Cada cuánto tiempo coincidirán en el polideportivo?

- Ana va los días 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27... Son los múltiplos de 3.
- Eva va los días 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32..... Son los múltiplos de 4.
- 12, 24 ... son los múltiplos comunes de 3 y 4.
- 12 es el múltiplo menor (mínimo) de 3 y 4 y es común a ambos números.
- 12 es el mínimo común múltiplo de 3 y 4 y se expresa así: m.c.m. (3 y 4) = 12. Ana y Eva coincidirán en el polideportivo cada 12 días.

18. Halla los 3 primeros múltiplos comunes de:

a) 5 y 10

c) 4 y 6

b) 9 y 12

d) 8 y 20

11. Calcula el m.c.m. de los números de cada apartado del ejercicio anterior

MÉTODO PARA EL CÁLCULO DEL MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO

Hasta ahora el proceso empleado para calcular el m.c.m. es adecuado para números sencillos. Vamos a estudiar un método más directo y para números de cualquier tamaño.

- 1.º Descomponer los números en factores primos.
- 2.º Expresar los números como producto de factores primos.
- 3.º Escoger en ambos números los factores que sean comunes y no comunes y que tengan el mayor exponente.
- 4.º El producto de esos factores es el m.c.m.

EJEMPLO

Calcula el m.c.m. de 12 y 60.

$ \begin{array}{r l} 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \\ \hline & 1 \end{array} $	$ \begin{array}{r l} 60 & 2 \\ 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \\ \hline & 1 \end{array} $	$ \begin{aligned} 2.^\circ \quad 12 &= 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^2 \cdot 3 \\ 60 &= 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = \\ &= 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \end{aligned} $	$ \begin{aligned} 3.^\circ \quad \text{Factores comunes: } &2 \text{ y } 3 \\ \text{Factores no comunes: } &5 \\ \text{Con mayor exponente: } &2^2 \cdot 3 \cdot 5 \end{aligned} $
$4.^\circ \text{ m.c.m. (12 y 60)} = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 4 \cdot 3 \cdot 5 = 60$			

12. Calcula el m.c.m. de los números.

- a) 15 y 20 b) 8 y 12 c) 10 y 30 d) 9 y 15

13. Completa la siguiente tabla.

NÚMEROS	DESCOMPOSICIÓN EN FACTORES PRIMOS	PRODUCTO DE FACTORES COMUNES CON MENOR EXPONENTE	m.c.m.
60 y 40	$2^2 \cdot 3 \cdot 5$ $2^3 \cdot 5$	$2^3 \cdot 3 \cdot 5$	20
18 y 30			
	$2^2 \cdot 3 \cdot 5$ $2^3 \cdot 5^2$		

14. Dos aviones de una línea aérea salen siempre del mismo aeropuerto. Uno lo hace cada 10 días y el otro cada 12. Si han salido hoy, ¿cuándo volverán a coincidir en el aeropuerto?

FRACCIONE

- Cuando queremos expresar cierta cantidad de algo que es incompleto, o partes de un total, y no podemos escribirla con los números y expresiones que hasta ahora conocemos, utilizamos las **fracciones**.
- Ejemplos de frases en las que utilizamos fracciones son: «Dame la mitad de...», «Nos falta la cuarta parte del recorrido...», «Se inundó la habitación de agua en dos quintas partes...», «Los dos tercios del barril están vacíos...», «Me he gastado la tercera parte de la paga...».
- Una fracción es una expresión matemática en la que se distinguen dos términos: numerador y denominador, separados por una línea horizontal que se denomina raya de fracción.

En general, si a y b son dos números naturales (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ...), una fracción se escribe:

$$\frac{a}{b}$$

Numerador Denominador $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{9}$ y $\frac{1}{2}$ son ejemplos de fracciones.

LA FRACCIÓN COMO PARTE DE LA UNIDAD

Elena abre una caja de quesitos de 8 porciones y se come 2. Podemos expresar esta situación mediante una fracción:



$$\frac{2}{8}$$

Numerador: número de porciones que se come.
Denominador: número de porciones de la caja.

- Significado del denominador: número de partes iguales en las que se divide la unidad.
- Significado del numerador: número de partes que tomamos de la unidad.
- Significado de la raya de fracción: partición, parte de, entre, división o cociente.

15. Completa la siguiente tabla

FRACCIÓN	NUMERADOR	DENOMINADOR	SE LEE
$\frac{4}{9}$			
$\frac{7}{12}$			
$\frac{12}{16}$			
$\frac{10}{25}$			
$\frac{3}{4}$			

16. Completa la siguiente tabla

FRACCIÓN	$\frac{6}{10}$			
NUMERADOR	6			
DENOMINADOR	10			
SE LEE		Once sextos	Quince treintavos	Dos quintos

REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE LAS FRACCIONES

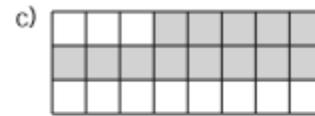
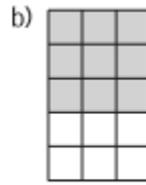
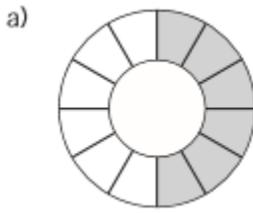
Para dibujar y/o representar gráficamente las fracciones seguimos estos pasos.

1.º Elegimos el tipo de dibujo: círculo, rectángulo, cuadrado, triángulo (normalmente es una figura geométrica).

2.º Dividimos la figura en tantas partes iguales como nos indica el denominador.

3.º Coloreamos, marcamos o señalamos las partes que nos indica el numerador.

17. Escribe la fracción que representa la parte sombreada de los gráficos.



LA FRACCIÓN COMO VALOR DECIMAL

Al dividir el numerador entre el denominador se obtiene un número decimal, que es el valor numérico de la fracción.

Si quiero repartir 7 naranjas entre 2 niños $\left(\frac{7}{2}\right)$, ¿cuántas le corresponden a cada uno?

$$\begin{array}{r} 7 \\ 10 \overline{) 70} \\ \underline{0} \end{array}$$

- Le tocarían 3 naranjas completas a cada niño.
- Sobra 1 naranja, por lo que, entre dos niños, tocan a media naranja (0,5) cada uno.

$$\frac{7}{2} = 7 : 2 = 3,5$$

18. Halla la expresión decimal de las siguientes fracciones.

a) $\frac{4}{5}$

c) $\frac{3}{15}$

e) $\frac{9}{4}$

b) $\frac{10}{20}$

d) $\frac{5}{10}$

f) $\frac{15}{20}$

19. Expresa en forma de fracción y halla el valor numérico de estos casos.

- Cuatro kilogramos de peras en ocho bolsas.
- Doce litros de refresco de cola en ocho botellas.
- Cincuenta litros de agua en cien cantimploras.
- Tres salchichas para cuatro perros.

LA FRACCIÓN DE UNA CANTIDAD

Un tonel de 20 litros de vino está lleno hasta los dos quintos de su capacidad. ¿Cuántos litros contiene? Tenemos que hallar lo que vale $\frac{2}{5}$ de 20, es decir, una fracción de una cantidad.

Se puede hacer de dos maneras:

$$\frac{2}{5} \text{ de } 20$$

a) Se multiplica la cantidad por el numerador y se divide entre el denominador.

b) Se divide la cantidad entre el denominador y se multiplica por el numerador.

Lo comprobamos: a) $(20 \cdot 2) \div 5 = 40 \div 5 = 8$ litros contiene el tonel.

b) $(20 \div 5) \cdot 2 = 4 \cdot 2 = 8$ litros contiene el tonel.

20. En una excursión de senderismo los alumnos del Sabatino Manos Unidas han realizado los $\frac{2}{3}$ de la marcha programada, que es de 6.000 metros de longitud. ¿Qué distancia han recorrido?

IDENTIFICAR Y ENTENDER LAS FRACCIONES EQUIVALENTES

FRACCIONES EQUIVALENTES

• Equivalente es sinónimo de «igual», que tiene el mismo valor, o que representa la misma cantidad. Así, $\frac{1}{4}$ y $\frac{2}{8}$ son fracciones equivalentes.

• Tienen el mismo valor: $\frac{1}{4} = 1 \div 4 = 0,25$ $\frac{2}{8} = 2 \div 8 = 0,25$

• Representan la misma cantidad:



• En general, para comprobar si dos fracciones son equivalentes se multiplica en cruz, obteniendo el mismo resultado.

$$\frac{1}{4} \times \frac{2}{8} \quad \text{y} \quad \frac{2}{8} \times \frac{1}{4}$$

$$1 \cdot 8 = 4 \cdot 2$$

$$\downarrow \quad \downarrow$$

$$8 \quad 8$$

21. Comprueba si son equivalentes las siguientes fracciones (**utiliza el criterio del valor numérico**).

a) $\frac{1}{3}$ y $\frac{4}{12}$

b) $\frac{3}{6}$ y $\frac{9}{18}$

22. Comprueba si son equivalentes las fracciones (**utiliza la representación gráfica**).

a) $\frac{2}{3}$ y $\frac{4}{6}$

b) $\frac{1}{2}$ y $\frac{2}{4}$

23. Halla el término que falta para que sean equivalentes estas fracciones.

a) $\frac{\quad}{2} = \frac{8}{16} = \frac{\quad}{12}$

c) $\frac{2}{5} = \frac{\quad}{20} = \frac{6}{\quad}$

b) $\frac{\quad}{7} = \frac{3}{21} = \frac{2}{\quad}$

d) $\frac{3}{8} = \frac{6}{\quad} = \frac{\quad}{40}$

PROPIEDAD FUNDAMENTAL DE LAS FRACCIONES

• Si se multiplica o se divide el numerador y el denominador de una fracción por un mismo número, obtenemos una fracción equivalente y el valor de la fracción no varía.

• $\frac{2}{5}$ multiplicamos numerador y denominador por 3 : $\frac{2 \cdot 3}{5 \cdot 3} = \frac{6}{15}$  $2 \cdot 15 = 5 \cdot 6$

• $\frac{18}{12}$ dividimos numerador y denominador por 3 : $\frac{18 \div 3}{12 \div 3} = \frac{6}{4}$  $18 \cdot 2 = 12 \cdot 3$

– Si multiplicamos, se utiliza el término **amplificar**.

– Si dividimos, se utiliza el término **simplificar**. Una fracción que no se puede simplificar se llama fracción irreducible.

24. Escribe fracciones equivalentes a la dada mediante amplificación (**multiplica en el numerador y el denominador por el mismo número**).

a) $\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{3}{9} = \frac{4}{12} = \frac{\quad}{36} = \dots$

c) $\frac{5}{7} = \dots = \dots = \dots = \dots = \dots$

b) $\frac{2}{5} = \dots = \dots = \dots = \dots = \dots$

d) $\frac{3}{2} = \dots = \dots = \dots = \dots = \dots$

25. Escribe fracciones equivalentes a la dada mediante simplificación (**divide en el numerador y el denominador entre el mismo número**).

a) $\frac{20}{40} = \frac{10}{20} = \frac{5}{10}$

c) $\frac{48}{16} = \frac{24}{8} = \frac{12}{4}$

b) $\frac{20}{30} = \frac{2}{3} = \frac{4}{6}$

d) $\frac{30}{35} = \frac{6}{7} = \frac{12}{14}$

26. Escribe 5 fracciones equivalentes a:

a) $\frac{7}{11}$

b) $\frac{4}{10}$

27. Escribe.

a) Una fracción equivalente a $\frac{2}{4}$ y que tenga 6 como numerador.

b) Una fracción equivalente a $\frac{3}{5}$ y que tenga 15 como denominador.

TIPOS DE FRACCIONES. REPRESENTACIÓN EN LA RECTA REAL

FRACCIONES CUYO VALOR ES MENOR QUE LA UNIDAD: $\frac{a}{b} < 1$

- Se llaman fracciones **propias**.
- El numerador es **menor** que el denominador: $a < b$.
- El cociente entre a y b es menor que la unidad.

En el anterior ejemplo, Juan se comió los $\frac{3}{8}$ de la caja de quesitos.

• 3 es menor que 8 $\longrightarrow 3 < 8$

• $\frac{3}{8} = 3 \div 8 = 0,375 \longrightarrow 0,375 < 1$

Juan se comió 3 de las 8 porciones de la caja, es decir, menos de una caja.

Son fracciones propias: $\frac{4}{5}, \frac{6}{7}, \frac{10}{15}, \frac{9}{12}$

28. Escribe fracciones propias y halla su valor decimal.

a) $\frac{9}{15} = 9 \div 15 = 0,6$

c) —

e) —

b) —

d) —

f) —

FRACCIONES CUYO VALOR ES IGUAL A LA UNIDAD: $\frac{a}{b} = 1$

- El numerador es **igual** que el denominador: $a = b$.
- El cociente entre a y b es igual a la unidad.

En el ejemplo anterior, Juan se comió los $\frac{8}{8}$ de la caja de quesitos.

- 8 es igual que 8 $\longrightarrow 8 = 8$

- $\frac{8}{8} = 8 \div 8 = 1$

Juan se comió las 8 porciones de la caja, es decir, la caja entera (la unidad).

Son fracciones iguales a la unidad: $\frac{4}{4}, \frac{7}{7}, \frac{15}{15}, \frac{9}{9}$

29. Escribe fracciones cuyo valor sea igual a la unidad.

a) $\frac{6}{6} = 6 \div 6 = 1$

c) —

e) —

b) —

d) —

f) —

30. Ordena, de menor a mayor (<), las siguientes fracciones: $\frac{4}{20}, \frac{8}{20}, \frac{6}{20}, \frac{5}{20}, \frac{1}{20}, \frac{9}{20}, \frac{3}{20}, \frac{10}{20}$

31. Una herencia se ha repartido de esta manera entre tres hermanos: Pedro, $\frac{1}{4}$; Carmen, $\frac{7}{12}$, y Olga, $\frac{1}{6}$.

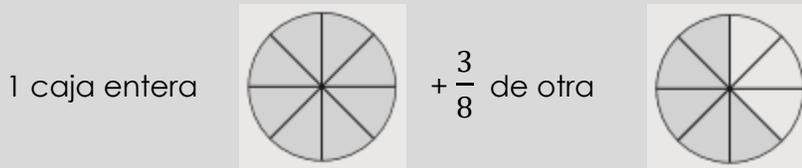
a) ¿A quién le toca la mayor parte de la herencia?

b) ¿Y a quién le toca la menor?

FRACCIONES CUYO VALOR ES MAYOR QUE LA UNIDAD: $\frac{a}{b} > 1$

- Se llaman fracciones impropias.
- El numerador es mayor que el denominador: $a > b$.
- El cociente entre a y b es mayor que la unidad.

Juan se come un día los $\frac{8}{8}$ de la caja de quesitos y otro día los $\frac{3}{8}$ de otra caja.



- Juan se ha comido 11 porciones cuya unidad contiene 8: $\frac{11}{8}$, siendo $11 > 8$.

• $\frac{8}{8} = 8 \div 8 = 1$ más $3 \div 8 = 0,375$ es igual a $1,375 > 1$

$$\frac{11}{8} = \frac{8}{8} \quad \text{más} \quad \frac{3}{8} = 1 + \frac{3}{8} = 1\frac{3}{8}$$

Esta expresión se conoce número mixto, y se compone de una fracción y un número natural.

Son fracciones impropias: $\frac{9}{5}$, $\frac{15}{10}$, $\frac{7}{2}$, $\frac{25}{18}$

32. Escribe fracciones impropias y halla su valor decimal.

a) $\frac{15}{8} = 15 \div 8 = 1,875$

c) —

e) —

b) —

d) —

f) —

33. Escribe las siguientes fracciones como un número mixto. Fíjate en el ejemplo.

a) $\frac{15}{8} = \frac{8}{8} + \frac{7}{8} = 1 + \frac{7}{8} = 1\frac{7}{8}$

c) $\frac{12}{9} =$

b) $\frac{20}{16} =$

d) $\frac{7}{4} =$

34. Representa gráficamente las fracciones $\frac{3}{2}$, $\frac{7}{4}$, $\frac{15}{8}$, $\frac{10}{7}$

Ejemplo: $\frac{5}{3} = \frac{3}{3} + \frac{2}{3}$



REPRESENTACIÓN DE FRACCIONES EN LA RECTA REAL

- Las fracciones se representan mediante dibujos, y al tener un valor numérico, aunque sea decimal, se pueden representar en **la recta real**.
- En la recta real, los **números** están **ordenados**, empezando por el cero: 0, 1, 2, 3, 4, 5...
- Al escribir estos números en nuestro cuaderno, por ejemplo, siempre hay que mantener la misma distancia entre ellos, porque los separa exactamente **una unidad**.



35. Representa en una recta los números: 3, 6, 9, 14, 15, 10, 19, 8.

Para representar fracciones en la recta seguimos estos pasos.

- 1.º Dibujamos una recta en nuestro cuaderno.
- 2.º Fijamos las unidades. Al estar el cuaderno cuadriculado podemos extender las unidades con amplitud, para que nos resulte más sencillo representar los puntos numéricos.
- 3.º Dividimos la unidad en partes como nos indique el denominador y tomamos (señalamos) las que nos indique el numerador (la fracción como parte de la unidad).

Recuerda que si la fracción es:

- 1.º Propia: su valor estará entre 0 y 1.
- 2.º Igual a la unidad: su valor será 1.
- 3.º Impropia: su valor será mayor que 1.

36. Representa las fracciones en estas rectas.

a) $\frac{7}{6}$

b) $\frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$

c) $1\frac{5}{6} = \frac{11}{6}$



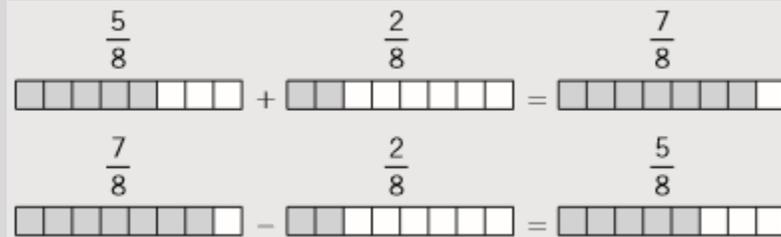
REALIZAR OPERACIONES DE SUMA Y RESTA DE FRACCIONES

SUMA Y RESTA DE FRACCIONES CON IGUAL DENOMINADOR

Para sumar o restar fracciones con igual denominador, se suman o se restan los numeradores y se mantiene el mismo denominador.

$$\frac{5}{8} + \frac{2}{8} = \frac{5+2}{8} = \frac{7}{8}$$

$$\frac{7}{8} - \frac{2}{8} = \frac{7-2}{8} = \frac{5}{8}$$



37. Calcula.

a) $\frac{4}{15} + \frac{5}{15} = \text{---}$

c) $\frac{6}{10} + \frac{1}{10} + \frac{2}{10} = \text{---}$

e) $\frac{3}{13} + \frac{4}{13} + \frac{2}{13} = \frac{9}{13}$

b) $\frac{6}{8} - \frac{3}{8} = \text{---}$

d) $\frac{4}{7} + \frac{1}{7} - \frac{2}{7} = \text{---}$

f) $\frac{4}{11} + \frac{6}{11} - \frac{1}{11} = \frac{5}{11}$

38. Haz estas operaciones.

a) $\left\{ \frac{4}{9} + \frac{2}{9} \right\} + \frac{5}{15} =$

c) $\left\{ \frac{15}{10} - \frac{6}{10} \right\} - \frac{5}{10} =$

b) $\frac{17}{15} - \left\{ \frac{12}{9} - \frac{10}{9} \right\} =$

d) $\frac{5}{8} + \left\{ \frac{7}{8} - \frac{4}{8} \right\} =$

39. De una tarta de frambuesa, Carmen come los dos octavos, Luis los tres octavos y Clara un octavo.

a) ¿Cuántos octavos se han comido entre los tres?

b) Eva llegó tarde a la merienda. ¿Cuánto le dejaron?

Expresa el problema numérica y gráficamente.

40. En una bolsa hay 50 cromos: $\frac{24}{50}$ de la bolsa son de automóviles, $\frac{16}{50}$ son de aviones y el resto son de motos. Calcula.

a) La fracción de cromos de automóviles y aviones.

b) La fracción de cromos de motos.

SUMA Y RESTA DE FRACCIONES CON DISTINTO DENOMINADOR

Para sumar o restar fracciones con distinto denominador, se siguen estos pasos.

1.º Buscamos fracciones equivalentes que tengan el mismo denominador.

2.º Sumamos o restamos los numeradores, dejando el mismo denominador.

$$\frac{4}{15} + \frac{5}{15} = \left\{ \begin{array}{l} \text{Equivalentes a } \frac{1}{4} = \frac{2}{8} = \frac{3}{12} = \frac{4}{16} \dots \\ \text{Equivalentes a } \frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \frac{8}{12} \dots \end{array} \right\} \frac{1}{4} + \frac{2}{3} = \frac{3}{12} + \frac{8}{12} = \frac{3+8}{12} = \frac{11}{12}$$

Observa que 12 es el menor múltiplo común de 4 y 3 (m.c.m.).

$$\frac{7}{5} - \frac{3}{4} = \left\{ \begin{array}{l} \text{Equivalentes a } \frac{7}{5} = \frac{14}{10} = \frac{21}{15} = \frac{28}{20} \dots \\ \text{Equivalentes a } \frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{9}{12} = \frac{12}{16} \dots \end{array} \right\} \frac{7}{5} - \frac{3}{4} = \frac{28}{20} - \frac{15}{20} = \frac{28-15}{20} = \frac{13}{20}$$

Observa que 20 es el menor múltiplo común de 5 y 4 (m.c.m.).

41. Completa y realiza las siguientes operaciones.

a) $\frac{3}{5} + \frac{2}{4} = \frac{\quad}{20} + \frac{\quad}{20} =$

c) $\frac{7}{9} - \frac{4}{6} = \frac{\quad}{18} - \frac{\quad}{18} =$

e) $\frac{2}{4} + \frac{3}{4} + \frac{4}{3} =$

b) $\frac{4}{6} - \frac{3}{9} =$

d) $\frac{1}{2} + \frac{2}{7} =$

f) $\frac{2}{5} + \frac{3}{7} - \frac{3}{7} =$

42. Calcula (en operaciones combinadas, primero se efectúan los paréntesis).

$$a) \left\{ \frac{2}{3} + \frac{4}{5} \right\} + \frac{1}{15} =$$

$$b) \frac{7}{3} - \left\{ \frac{12}{9} + \frac{10}{9} \right\} =$$

$$c) \left\{ \frac{4}{5} - \frac{1}{10} \right\} - \frac{5}{10} =$$

$$d) \frac{5}{8} + \left\{ \frac{3}{4} - \frac{4}{8} \right\} =$$

43. De un barril de cerveza, David saca dos quintos de su contenido y Amparo un tercio. Exprésalo numérica y gráficamente.

a) ¿Qué fracción de cerveza sacaron entre los dos?

b) ¿Quién sacó más cerveza?

REALIZAR OPERACIONES DE MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN DE FRACCIONES

PRODUCTO DE FRACCIONES

El producto de dos o más fracciones es otra fracción cuyo numerador es el producto de los numeradores, y el denominador, el producto de los denominadores (producto en paralelo)

EJEMPLO

$$\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} = \frac{2 \cdot 3}{5 \cdot 4} = \frac{6}{20} \quad \text{Siempre que sea posible, se simplifica el resultado: } \frac{6}{20} = \frac{6 \div 2}{20 \div 2} = \frac{3}{10}$$

44. Calcula los siguientes productos de fracciones.

a) $\frac{2}{6} \cdot \frac{3}{5} =$

c) $\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{8} =$

b) $\frac{5}{3} \cdot \frac{4}{7} =$

d) $\frac{4}{5} \cdot \frac{6}{7} =$

45. Calcula y simplifica el resultado siempre que sea posible.

a) $\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{2 \cdot 1}{3 \cdot 4}$

c) $\frac{4}{7} \cdot \frac{7}{3} \cdot \frac{5}{2} =$

b) $\frac{2}{7} \cdot \frac{3}{5} =$

d) $\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{2} =$

PRODUCTO DE UNA FRACCIÓN POR UN NÚMERO

Para multiplicar una fracción por un número, se multiplica el número por el numerador de la fracción y se deja el mismo denominador (todo número está dividido por la unidad).

EJEMPLO

$$\frac{2}{5} \cdot 4 = \frac{2 \cdot 4}{5 \cdot 1} = \frac{8}{5}$$

46. Calcula y simplifica el resultado siempre que sea posible.

a) $\frac{2}{3} \cdot 6$

b) $\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{10} \cdot 5$

47. Calcula la fracción que falta en cada caso para que se cumpla la igualdad (**si puedes, simplifica**).

a) $\frac{5}{8} \cdot \text{---} = \frac{20}{56} = \text{---} = \text{---}$

c) $\frac{1}{3} \cdot \text{---} = \frac{1}{9}$

b) $\text{---} \cdot \frac{4}{10} = \frac{24}{20} = \text{---} = \text{---}$

d) $\text{---} \cdot \frac{2}{7} = \frac{14}{21}$

DIVISIÓN DE FRACCIONES

La división de dos fracciones es otra fracción cuyo numerador y denominador es el producto cruzado de los términos de las fracciones dadas (producto en cruz).

EJEMPLO

$$\frac{4}{5} \div \frac{2}{3} = \frac{4 \cdot 3}{5 \cdot 2} = \frac{12}{10}$$

Siempre que sea posible, se simplifica el resultado: $\frac{12}{10} = \frac{12 \div 2}{10 \div 2} = \frac{6}{5}$

48. Calcula y simplifica siempre que se pueda.

a) $\frac{3}{6} \div \frac{8}{12} = \frac{3 \cdot 12}{6 \cdot 8} = \text{---} = \text{---}$

d) $\frac{3}{6} \div \frac{8}{12} =$

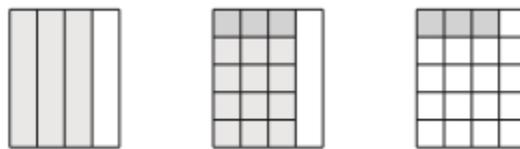
b) $\frac{3}{6} \div \frac{8}{12} =$

e) $\frac{3}{6} \div \frac{8}{12} =$

c) $\frac{3}{6} \div \frac{8}{12} =$

f) $\frac{3}{6} \div \frac{8}{12} =$

49. Queremos repartir tres cuartas partes de una caja de golosinas entre 5 amigos. ¿Qué parte de fracción le corresponde a cada uno?



$$\frac{3}{4} \div 5 = \frac{3}{20}$$

$$\frac{3}{4} \text{ dividido entre } \frac{5}{1} \longrightarrow \frac{3}{4} \div \frac{5}{1} = \frac{3 \cdot 1}{4 \cdot 5} = \frac{3}{20}$$

50. Calcula.

a) $\frac{2}{3} \div \frac{8}{12} = \frac{2 \cdot 12}{3 \cdot 8} = \text{---} =$

c) $\frac{3}{6} \div \frac{2}{7} =$

e) $\frac{2}{5} \div 2 =$

b) $\frac{3}{6} \div 2 =$

d) $\frac{2}{7} \div \frac{3}{6} =$

f) $\frac{6}{3} \div 3 =$

51. Calcula la fracción que falta en cada caso para que se cumpla la igualdad (si puedes, simplifica).

a) $\frac{5}{8} \div \text{---} = \frac{15}{8}$

d) $\frac{4}{3} \div \text{---} = \frac{8}{6} =$

b) $\text{---} \div \frac{4}{3} = \frac{12}{20} =$

e) $\text{---} \div \frac{2}{6} = \frac{36}{10} =$

c) $\text{---} \div 4 = \frac{10}{20} =$

f) $5 \div \text{---} = \frac{35}{7} =$

52. En una fiesta de cumpleaños se han preparado 25 litros de chocolate. ¿Cuántas tazas de un cuarto de litro se pueden distribuir?



53. Con una botella de refresco de cola, cuya capacidad es de tres cuartos de litro, se llenan 6 vasos. ¿Qué fracción de litro cabe en cada vaso? (Simplifica, si se puede, el resultado.)



54. Realiza las siguientes operaciones combinadas de fracciones y simplifica siempre que sea posible. (Recuerda el orden de las operaciones: paréntesis, multiplicaciones y/o divisiones, sumas y/o restas.)

a) $\left\{ \frac{5}{4} + \frac{3}{4} \right\} \cdot \left\{ \frac{3}{7} - \frac{2}{7} \right\} =$

b) $\left\{ \frac{5}{4} \cdot \frac{3}{4} \right\} \div \left\{ \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \right\} =$

c) $\left\{ \frac{7}{3} \div \frac{1}{5} \right\} + \left\{ \frac{2}{3} - \frac{1}{3} \right\} - \left\{ \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{3} \right\} =$